

# Bréfaskóli 2023 - Hluti III

## Rúmfræði

Skil á tveimur dæmum telst til upphækkunnar. Vandíð ykkur við að skanna lausnirnar. Einnig má skila pdf skjali. Skilafrestur er til 15. febrúar 2023. Þið megið vísa í niðurstöður úr fyrri dæmum á blaðinu þó þið hafið ekki leyst þau. Ef myndir fylgja þá mega þær aðeins vera til skýringa og ekki er litið til þeirra í yfirferð. Vísun í mynd telst ekki gildur rökstuðningur. Skilið á [staekeppni@gmail.com](mailto:staekeppni@gmail.com).

**Dæmi 1.** Miðstrik í þríhyrningi er strik frá hornpunkt að miðpunkti mótlægrar hliðar. Sýnið að í þríhyrningi með miðstór horn þá sé miðstrikið frá hornpunkti minna hornsins lengra.

**Dæmi 2.** Lína  $\langle AB \rangle$  er samsíða línunni  $\langle CD \rangle$ . Miðpunktur  $[CD]$  er  $M$ . Skurðpunktur  $\langle AM \rangle$  og  $\langle BD \rangle$  er  $P$  og skurðpunktur  $\langle BM \rangle$  og  $\langle AC \rangle$  er  $Q$ . Sýnið að  $\langle AB \rangle \parallel \langle PQ \rangle$ .

**Dæmi 3.** Gerum ráð fyrir að  $ABC$  sé eiginlegur þríhyrningur. Látum  $P$  og  $Q$  vera fótþunkta  $C$  á helmingalínur hornanna  $\angle A$  og  $\angle B$  í þessari röð. Sýnið að  $\langle AB \rangle \parallel \langle PQ \rangle$ .

**Dæmi 4.** Sýnið að helmingalína rétta horns rétthyrnds þríhyrnings sé einnig helmingalína milli hæðarinnar og miðstrikins frá því horni.

**Dæmi 5.** Sýnið að kúptur ferhyrningur sé umritanlegur (allar hliðar hans snerti hring) ef og aðeins ef summa mótlægra hliða sé sú sama fyrir bæði þör mótlægra hliða. Það er kúptur ferhyrningur  $ABCD$  er umritanlegur um hring ef og aðeins ef  $|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$ .

**Dæmi 6.** Gefinn er þríhyrningur  $ABC$  með innhring  $\omega$  og umhring  $\Omega$ . Punktur  $P$  liggur á  $\Omega$ . Snerlarnir við  $\omega$  um  $P$  skera  $\Omega$  aftur í  $Q$  og  $R$ . Sýnið að  $\langle QR \rangle$  sé snerill við  $\omega$ .

**Dæmi 7.** Einfaldur marghyrningur er marghyrningur þar sem engar tvær hliða hans skerast. Einfaldir marghyrningar skipta sléttunni í tvö svæði, innan í og utan við. Sýnið að skipta megi innsvæði einfalds  $n$ -hyrnings niður í  $n - 2$  þríhyrningssvæði með því að draga  $n - 2$  hornalínur í innsvæði hans. (*Ábending:* Beitið þrepun).

**Dæmi 8.** (*Formúla Picks*) Grindarpunktur í hnitakerfi er punktur sem hefur heiltöluhnit. Gerum ráð fyrir að þið hafið einfaldan marghyrning sem hefur hornpunkta á grindarpunktum. Látum  $i$  vera fjölda grindarpunkta innan í marghyrningnum,  $b$  vera fjölda grindarpunkta á hliðum marghyrningsins og  $a$  vera flatarmál innsvæðis marghyrningsins. Sannið að

$$a = i + b/2 - 1$$

(*Ábending:* Skoðið fyrst samsíðunga og þríhyrninga.)