

## Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2019–2020 Neðra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_ Póstnúmer: \_\_\_\_\_

Netfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_ Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.

I	
II	
III	
21	
22	
Alls	

### Leiðbeiningar:

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í fjórum hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda fjögur stig hver; í þriðja hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í fjórða hluta eru tvær spurningar sem gilda tíu stig hvor. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta og öðrum hluta eru krossaspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í þriðja hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum tveggja síðustu dæmanna, í fjórða hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær klukkustundir til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar. Hver spurning er þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

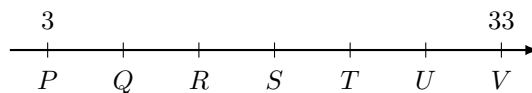
1. Finnið minnsta mögulega teljara brotsins  $\frac{n}{9}$  þannig að  $\frac{1}{2} < \frac{n}{9}$ .

 3 4 5 6

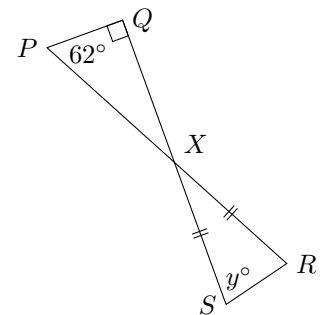
2. Heiltölurnar  $p$ ,  $q$ ,  $r$  og  $s$  eru fjórar samliggjandi tölur (dæmi um fjórar samliggjandi tölur eru 3, 4, 5, 6) þar sem  $p$  er lægst og  $s$  er hæst. Ef  $p + s = 109$ , hver er þá summan  $q + r$ ?

 108 109 110 111

3. Á talnalínunni er punktur  $P$  í 3 og punktur  $V$  í 33. Bilinu frá  $P$  til  $V$  er skipt í 6 jafna hluta með punktum  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$  og  $U$  eins og sýnt er. Hver er summa lengdanna  $PS$  og  $TV$ ?

 21 23 25 27

4. Á myndinni skerast  $PR$  og  $QS$  í  $X$ . Þríhyrningurinn  $PQX$  er rétthyrndur,  $\angle PQX = 90^\circ$  og  $\angle QPX = 62^\circ$  eins og sýnt er. Þríhyrningurinn  $RXS$  er jafnarma með  $RX = SX$  og  $\angle XSR = y^\circ$ . Hvert er gildið á  $y$ ?

 59 60 71 76

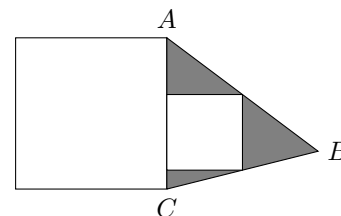
5. 28 nemendur tóku þátt í stærðfræðikeppni. Fjöldi nemenda sem voru í lægra sæti en Ragnar var tvöfalt meiri en fjöldi nemenda sem voru í sætum fyrir ofan hann. Í hvaða sæti lenti Ragnar?

 9. 10. 17. 18.

6. Talan  $8^8$  fæst með því að setja  $4^4$  í  $n$ -ta veldi þar sem  $n$  er

- 2                       3                       5                       8

7. Á myndinni sést lítill ferningur með hliðarlengd 1 m og stór ferningur með hliðarlengd 2 m og eina hlið  $AC$ . Tveir hornpunktar litla ferningsins liggja á hliðum þríhyrningsins  $ABC$  eins og sést á myndinni. Hvert er flatarmál grúa svæðisins?



- $1 \text{ m}^2$                         $2 \text{ m}^2$                         $2\sqrt{2} \text{ m}^2$                        Fer eftir staðsetningu litla ferningsins

8. Sex börn borða samtals 20 vínber. Andri borðar eitt vínber, Binni borðar tvö vínber, Dóra borðar þrjú vínber. Erpur borðar flest vínber allra, enginn borðar jafnmörg vínber og hann. . Hver er minnsti mögulegi fjöldi vínberja sem Erpur getur hafa borðað?

- 4                       5                       6                       7

9. Í rétthyrndum þríhyrningi eru hliðarlengdir  $a$ ,  $a + d$  og  $a + 2d$  þar sem  $a$  og  $d$  eru jákvæðar tölur. Hvert er hlutfallið  $\frac{a}{d}$ ?

- 3                       4                       5                       6

10. Þremur einslaga teningum er raðað saman í einfalda röð, eins og sést á mynd með eina hlið niður. Teningarnir hafa þá alls 11 sjáanlegar hliðar. Ef sextíu svona teningum er raðað saman í einfalda röð, hve margar hliðar verða sjáanlegar?

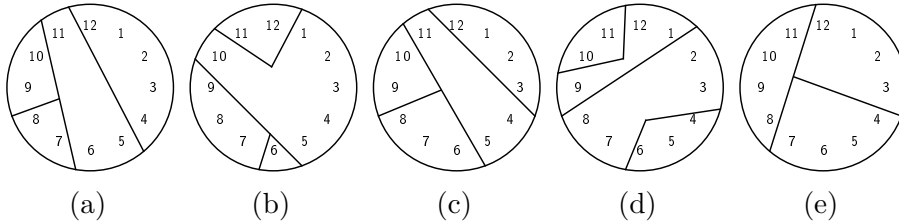


- 125                       182                       200                       220

## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm spurningar. Hver spurning er fjögurra stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

11. Úrið hans Jonna datt og glerið brotnaði í fjóra hluta. Summur talnanna í hverjum hluta eru samliggjandi. Hver eftirtalinna mynda sýnir úrið hans Jonna?



- a       b       c       d       e

12. Í mælaborði bíls stendur fjöldi ekinna kílómetra 187569. Allir tölustafir eru ólíkir. Eftir hversu marga kílómetra gerist þetta næst?

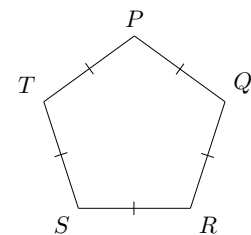
- 1       21       431       12431       13776

13. Bókstöfunum  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  og  $E$  er raðað í  $5 \times 5$  töflu þannig að hver stafur kemur nákvæmlega einu sinni fyrir í hverri línu og í hverjum dálki. Hvaða bókstafur á að vera þar sem \* er?

$A$				$E$
		$C$	$A$	
$E$		$B$	$C$	
	*			
$B$			$D$	

- $A$         $B$         $C$         $D$         $E$

14. Í reglulegum fimmhyrningi eru öll horn  $108^\circ$ . Myndin sýnir reglulegan fimmhyrning  $PQRST$ . Hver er stærð hornsins  $\angle PRS$ ?



- $45^\circ$         $54^\circ$         $60^\circ$         $72^\circ$         $80^\circ$

15. Hver er 2019. stafurinn í stafarununni KEPPNIKEPPNIKEPPNI...?

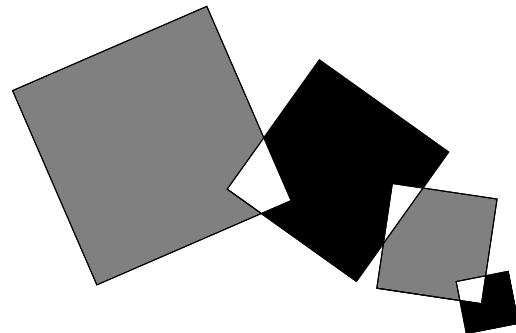
- K       E       P       N       I

## Priðji hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Ekki þarf að skýra hvernig svarið er fengið. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

16. Á myndinni sjást fjórir ferningar með hliðarlengdir 5, 7, 9 og 11. Hversu miklu stærra er flatarmál gráu svæðanna heldur en flatarmál svörtu svæðanna?

Svar: \_\_\_\_\_



17. Þrjár jákvæðar heiltölur  $a$ ,  $b$  og  $c$  eru þannig að

$$4^a \cdot 5^b \cdot 6^c = 8^8 \cdot 9^9 \cdot 10^{10}$$

Hver er summan  $a + b + c$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

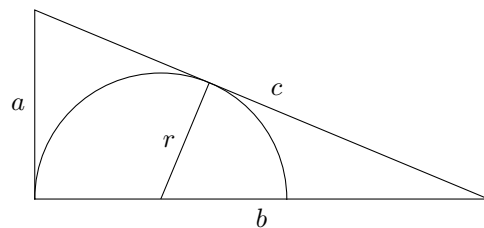
18. Hringur, ferningur og þríhyrningur eru teiknaðir hver ofan á annan á sama blað. Hver er mesti mögulegi fjöldi skurðpunkta sem þessi grunnform mynda?

Svar: \_\_\_\_\_

19. Hversu margar jákvæðar fjögurra stafa heiltölur  $5u4v$ , með 5 í þúsundasetinu og 4 í tugasetinu, eru deilanlegar með 15?

Svar: \_\_\_\_\_

20. Hálfhringur er innritaður í rétthyrndan þríhyrning með hliðarlengdir  $a < b < c$ , eins og sést á mynd. Finnið geisla (radius) hálfhringsins og táknið hann með  $a$ ,  $b$  og  $c$ .

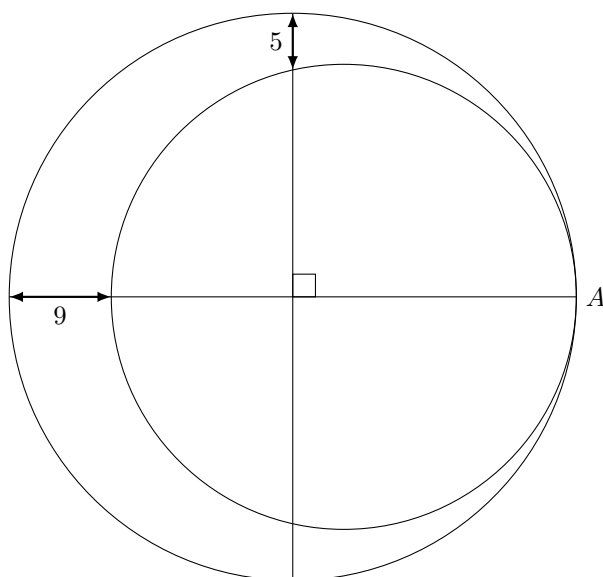


Svar: \_\_\_\_\_

## Fjórði hluti

Í þessum hluta eru tvö dæmi og er hvert dæmi tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs, nákvæmni og skýrleika í framsetningu. Athugið að hægt er að fá stig fyrir að leysa dæmið að hluta eða koma fram með hugmynd sem er mikilvægt skref að lausn.

21. Myndin sýnir hring innritaðan í stærri hring þannig að þeir snertast í punkti  $A$ . Tveir miðstrengir stærri hringsins eru sýndir og fellur miðstrengur minni hrings í miðstreng þess stærri. Þeir hlutar miðstrengja stærri hringsins, sem liggja utan minni hringsins eru af lengd 5 og 9, eins og sýnt er á mynd. Hver er geisli (radius) stærri hringsins?



- 22.** Á borði liggja 40 gulir, 40 rauðir og 40 bláir kubbar. Arnar og Brynja spila með eftirfarandi leikreglum. Í hverjum leik þarf leikmaður að taka tvo kubba af leikborðinu, sem mega þó ekki vera rauður og blár saman. Leikmaður tapar ef engir kubbar eru eftir þegar hann á leik eða hann getur ekki tekið kubba af borðinu. Arnar byrjar. Hvernig getur Brynja tryggt sér sigur í leiknum?