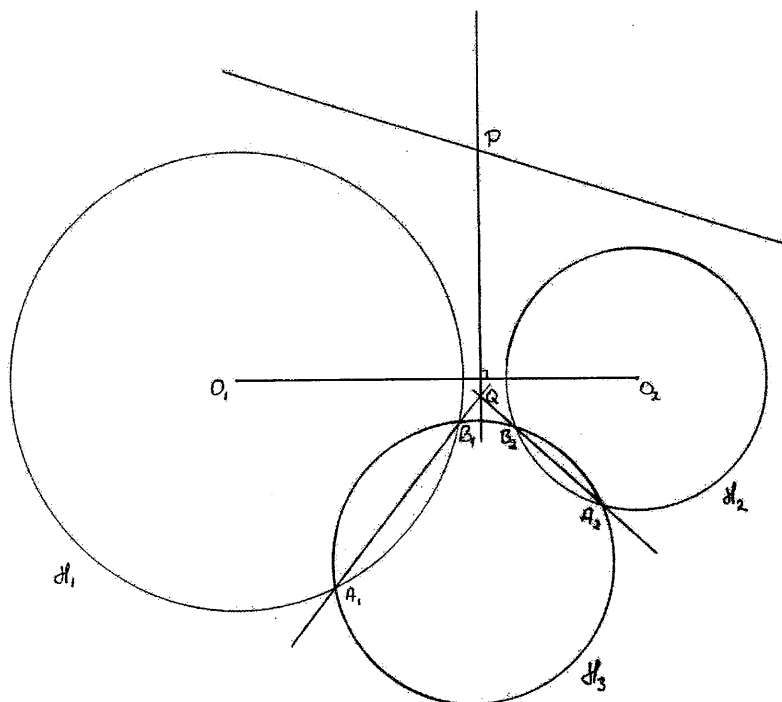


# Fréttabréf Íslenska stærðfræðafélagsins

Júlí 2004



Ritstjóri og ábyrgðarmaður: Rögnvaldur G. Möller

# Efni

Frá ritstjórum	1
Rögnvaldur G. Möller og Kristján Jónasson	
Frá formanni	1
Hersir Sigurgeirsson	
Skýrsla stjórnar 2003–4	2
Kristján Jónasson	
24. norræna stærðfræðingapíngið	6
Rögnvaldur G. Möller	
Starfið hjá Fleti	7
Birna Hugrún Bjarnadóttir	
Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2003–2004	9
Fjóla Rún Björnsdóttir	
Bókafréttir	10
Rögnvaldur G. Möller	
Áhugaverðar vefsíður	11
Rögnvaldur G. Möller	
Abelsverðlaunin í stærðfræði 2004	11
Rögnvaldur G. Möller	
Prautahorn	12
Rögnvaldur G. Möller	

Á forsiðu er mynd sem tengist lausn á 10. þraut (sjá bls. 13).

Íslenska stærðfræðafélagið  
Raunvísindastofnun Háskólans, Dunhaga 3, 107 Reykjavík

## Frá ritstjórum

*Kristján Jónasson og Rögnvaldur G. Möller*

Nú er liðið rúmt ár frá því að síðasta Fréttabréf kom út. En loksins, loksins lítur ljós annað fréttabréfið undir ritstjórn Rögnvaldar, sem hefur notið aðstoðar og stuðnings Kristjáns við útgáfuna. Þetta er jafnframt síðasta fréttabréfið sem Rögnvaldur gefur út.

Á síðasta ári komu út tvö tölublöð af *Tímariti um raunvísindi og stærðfræði*. Ragnar Sigurðsson, okkar maður í ritstjórn tímaritsins vill koma á framfæri hvatningu til félagsmanna um að leggja fram greinar til birtingar. Ef menn telja sig eiga í handraðanum efni sem myndi henta eða hafa hugmyndir um slíkt efni eru þeir hvattir til að setja sig í samband við Ragnar. Sérstaklega eru þeir sem eru að ljúka meistara- eða doktorsverkefnum hvattir til að skrifa í tímaritið um rannsóknir sínar.

## Frá formanni

*Hersir Sigurgeirsson*

Aðalfundur félagsins var haldinn þann 29. apríl sl. og var þar kjörin ný stjórn. Jón Ingólfur Magnússon kom nýr inn í stjórn félagsins sem ritari. Fyrrum ritari félagsins, Fjóla Rún Björnsdóttir tók við starfi mínu sem gjaldkeri félagsins, og sjálfur tók ég við formennsku af Kristjáni Jónassyni, sem lét af formannsstörfum eftir tvö farsæl og viðburðarík ár. Ég vil nota tækifærið og þakka Kristjáni fyrir gott starf þessi tvö ár, og ánægjulegt samstarf.

Starfsemi félagsins hefur verið mjög blómleg undanfarið ár. Ber þar hæst 2. þing stærðfræðinga sem haldið var á Akureyri í ágúst sl., og fyrir árslok er væntanlegt tölublað *Tímarits um raunvísindi og stærðfræði* sem helgað er greinum frá þinginu. Þingið er þar með orðinn fastur viðburður á oddatöluári og er stjórnin þegar farin að huga að 3. þinginu sem halda á seinnipart næsta árs.

Af öðru sem á döfinni er ber að sjálfsögðu hæst fransk-norræna þing stærðfræðinga sem haldið verður í Reykjavík í byrjun næsta árs. Undirbúningur þingsins gengur vel og dagskráin ætti að bjóða uppá eitthvað sem fellur að áhugasviði sérhvers stærðfræðings.

# Skýrsla stjórnar fyrir 2003 og fram á 2004

Flutt á aðalfundi 29. apríl 2004

*Kristján Jónasson*

## Aðalfundur og stjórn

Síðasti aðalfundur var haldinn 7. maí 2003 og þar voru 10 samankomnir. Kosin var ný stjórn: Kristján Jónasson, formaður, Fjóla Rún Björnsdóttir ritari og Hersir Sigurgeirsson gjaldkeri. Félagsgjald var ákveðið óbreytt, 1200 kr. fyrir félagsmenn á Íslandi og 600 kr. fyrir aðra. Ólafur Ísleifsson var endurkjörinn endurskoðandi og Kristín Halla Jónsdóttir varaendurskoðandi.

## Fundir

Auk aðalfundar hafa verið haldnir 5 fundir, sem reyndar hafa flestir verið fjölsóttari en oft áður.

Þann 25. maí hefði Leifur Ásgeirsson orðið 100 ára. Í tilefni þess hélt félagið kaffisamsæti í Skólábæ og þar gerðu 42 sér glaðan dag. Halldór I. Eliasson talaði um rannsóknir Leifs (m.a. á svokölluðum „díversor“-virkjum til lausnar öldujöfnu, en hugsanlega leynist eitthvað óbirt um þá í skjölum Leifs) og Jónas Kristjánsson talaði um kynni sín af Leifi meðan Leifur var skólástjóri á Laugum á 4. áratuginum.

Sigurður Helgason talaði um *Óevklíðska greiningu* 16. júní og eins og vænta mátti var fundurinn fjölsóttur; 42 hlýddu á hann.

Í byrjun hausts var ráðstefnan á Akureyri sem greint er frá að neðan. Næsti almenni fundur var jólafundurinn sem haldinn var 30. desember í Skólábæ. Gestir voru 20 og Gunnar Stefánsson talaði um rannsóknir sínar á svið hagnýtingar stærðfræði í fiskifræði.

Thor Aspelund talaði á fundi 22. janúar um *Notkun ROC tölfræðiaðferðar til að velja viðmiðunarmörk fyrir mælitæki* og voru gestir 32.

Síðasti fundur var síðan 11. mars og þá talaði Jason Hsu um margföld tölfræðipróf en titill erindisins var *All things are connected statistically. From DNA to Tyrannosaurus rex*. Fundargestir voru 44.

## Bókaverðlaun á Stúdentsprófi

Sem fyrr hefur félagið veitt verðlaun fyrir frábæran árangur í stærðfræði á stúdentsprófi. Á árinu hlutu 16 nýstúdentar verðlaun (12 í fyrra), öll fengu þau bókina *The Colossal Book of Mathematics* eftir Martin Gardner. Verðlaunahafarnir eru:

Eyvindur Ari Pálsson, Menntaskólanum í Reykjavík  
 Nanna Karen Alfreðsdóttir, Menntaskólanum í Reykjavík  
 Ragnar Pálsson, Menntaskólanum í Reykjavík  
 Þóra Þorgilsdóttir, Menntaskólanum í Reykjavík  
 Óskar Arnórsson, Flensborgarskólanum í Hafnarfirði  
 Friða Bjarndóttir, Fjölbrautaskóla Vesturlands á Akranesi  
 Björgvin Ólafsson, Kvennaskólanum  
 Bjarni Rafn Hilmarsson, Verslunarskóla Íslands  
 Jón Karl Sigurðsson, Verslunarskóla Íslands  
 Pétur Gordon Hermannsson, Verslunarskóla Íslands  
 Lára Jóhanna Jónsdóttir, Menntaskólanum við Sund  
 Ómar Valsson, Menntaskólanum við Sund  
 Þórey Steinarsdóttir, Menntaskólanum við Sund  
 Shlók Smári Datye, Menntaskólanum á Akureyri  
 Hjördís Lilja Örnólfsdóttir, Menntaskólanum við Hamrahlíð  
 Líney Halla Kristinsdóttir, Menntaskólanum við Hamrahlíð

Á þessu ári er áætlað að veita verðlaun með líku sniði og fyrr með sömu verðlaunabók.

## Umsóknir um aðild að félaginu

Frá síðasta aðalfundi hafa eftirtaldir 9 sótt um aðild að félaginu og verið bætt á póstlista með fyrirvara um samþykkt aðalfundar. Tillaga stjórnar er að þau verði félagar.

Börkur Sigurbjörnsson, í framhaldsnámi í Hollandi, BS frá HÍ 2000

Egill B. Hreinsson, prófessor í rafmagnsverkfræði, MS frá Lundi 1972 og Virginia Polytechnic 1981

Egill Sigurðsson, kennari í Borgarholtsskóla, MA í stærðfræði frá Ohio 1971

Elinborg Ingunn Ólafsdóttir, í framhaldsnámi í Edinborg, BS frá HÍ 2003

Magnús Gíslason, kerfisstjóri hjá Reiknistofnun, BS frá HÍ 1979

Páll Eyjólfsson, viðskiptastærðfræðingur hjá Landsbankanum, Diplom frá Karlsruhe 1999

Stefán Ingi Valdimarsson, í framhaldsnámi í Edinborg, BS frá HÍ 2003

Vigdís Guðjónsdóttir, verkefnisstjóri á Hvanneyri, BS frá University of Georgia 1999

Þorsteinn Arnalds, sérfræðingur hjá THÍ og RF, BS frá HÍ 1996 og MS frá University College 2000

## Ráðstefna á Akureyri

Dagana 30. og 31. ágúst hélt félagið ráðstefnuna *Stærðfræði á Íslandi 2003* í Menntaskólanum á Akureyri. Þátttakendur voru 70 og var mál manna að mjög vel hefði tekist til. Erindi fluttu Stefán Freyr Guðmundsson, Helgi Tómasson, Þórir Sigurðsson, Guðbjörn Freyr Jónsson, Sverrir Örn Þorvaldsson, Kristín Bjarnadóttir, Pawel Bartoszek, Eggert Briem, Ingvar Sigurjónsson, Jón Kr. Arason, Friðrik Diego, Hermann Þórisson, Ragnar Sigurðsson, Benedikt Jóhannesson og Helgi Bjarnason um fjölbreytilegustu stærðfræðileg efni. Á dagskrá ráðstefnunnar voru tvennir tónleikar og við tókum þátt í Akureyrarvöku og skoðuðum Háskólann á Akureyri. Fjölmörg fyrirtæki og stofnanir styrktu ráðstefnuhaldið.

## Fjármál

Með þessari skýrslu fylgir bókhald félagsins og eru nú 803 þús. kr. í sjóði. Félagsgjöld hafa undanfarin 3 ár verið 1200 kr. fyrir þá sem búa á Íslandi og 600 kr. fyrir aðra. Nú verða félagsmenn sjálfkrafa áskrifendur að Tímariti um Raunvísindi og stærðfræði og mun félagið þurfa að leggja talsverða fjármuni til útgáfunnar. Ritstjórnin hefur beðið um 170 þús. kr framlag á þessu ári og boðað beiðni um 200–250 þús. kr. á næsta ári og til að mæta þessum útgjöldum er lagt til að félagsgjöld verði nú hækkuð.

## Alþjóðasamskipti

Félagið er aðili að Evrópska stærðfræðifélaginu og Alþjóðasambandi stærðfræðinga (International Mathematical Union), og greiðir gjöld til þeirra. Hermann Þórisson er fulltrúi félagsins í stjórn Mittag-Leffler stofnunarinnar, Ragnar Sigurðsson er fulltrúi félagsins í ritstjórn Nordisk matematisk tidskrift og Eggert Briem situr í ritstjórn Mathematica Scandinavica sem fulltrúi Íslands. Guðmundur Birgisson hefur verið fulltrúi félagsins í ICMI, International Commission on Mathematical Instruction, en hann hefur óskað eftir að hætta og þakkar stjórnin honum vel unnin störf. Friðrik Diego hefur tekið að sér aða verða næsti fulltrúi.

## Stærðfræðikeppnir

Félagið stendur árlega að Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema ásamt Félagi raungreinakennara í framhaldsskólum. Í framkvæmdanefnd keppninnar sitja eins og áður Einar Arnalds Jónasson og Lárus H. Bjarnason fyrir Félag raungreinakennara og Fjóla Rún Björnsdóttir og Friðrik Diego fyrir Stærðfræða-félagið.

Síðasta sumar tókum við þátt í Ólympíukeppni í stærðfræði í Tokýó. Þangað fóru Höskuldur Pétur Halldórsson, Örn Arnaldsson, Eyvindur Ari Pálsson, Hringur Grétarsson, Líney Halla Kristinsdóttir og Ásgeir Alexandersson ásamt Fjólu Rún dómara og Friðriki Diego lísstjóra. Náði Eyvindur bronsverðlaunum (varð fyrir ofan miðjan hóp) og Líney Halla fékk heiðursviðurkenningu (leysti eitt dæmi fullkomlega).

Undankeppni stærðfræðikeppninnar fór síðan fram í haust og lokakeppni í mars og þar sigraði Höskuldur annað árið í röð. Eystrasaltskeppnin var haldin í nóvember í Lettlandi, og vantaði 1 stig til að Ísland kæmist upp úr neðsta sætinu. Norræna keppnin (sem er „póstkeppni“) er nýafstaðin og verið að fara yfir úrlausnir. Við sjáum um hana að þessu sinni. Næsta sumar verða Ólympíuleikarnir haldnir í Aþenu og hafa keppendur verið valdir, Örn Arnaldsson, Örn Stefánsson, Höskuldur Pétur Halldórsson, Salvör Egilsdóttir, Sigþór Bessi Bjarnason og Jón Emil Guðmundsson. Til gamans má geta þess að þau fjögur síðastnefndu eru öll í 5.X í MR og stærðfræðikennarinn þeirra er félagi okkar, Birgir Guðjónsson. Auðun Sæmundsson (stærðfræðikennari í MR) verður liðstjóri.

## Abelsverðlaunin

Norska þingið ákvað fyrir tveimur árum að stofna til árlegra stærðfræðiverðlauna, Abelsverðlauna, sem ættu að jafnast á við Nóbelsverðlaunin. Lagðar voru 200 milljónir norskra króna í sjóð og Norsku vísindaakademíunni falin umsjón með verðlaununum. Þriðjudaginn 3. júní afhenti svo Haraldur Noregskonungur verðlaunin í fyrsta sinn við hátíðlega athöfn í hátíðasal Oslóarháskóla. Verðlaunahafinn var franskur stærðfræðingurinn Jean-Pierre Serre (f. 1927), og upphæðin var 6 milljónir norskra króna. Auk sjálfrar afhendingarinnar voru ýmsir fundir og hátíðahöld, og meðal þeirra sem tóku þátt í þeim í boði Akademíunnar voru formaður Íslenska stærðfræðafélagsins, Sigurður Helgason og Jónas Kristjánsson (sem er meðlimur).

Akademían hefur ákveðið að á þessu ári skipti þeir með sér verðlaununum, Michael Francis Atiyah, Edinborgarháskóla, og Isadore M. Singer, MIT. Verðlaunin verða afhent 25. maí.

## Tímarit og fréttabréf

Í maí síðastliðnum fengu félagsmenn sent fréttabréf eftir nokkurt hlé á útgáfu, og var Rögnvaldur Möller ritstjóri þess. Stefnt mun að nýju fréttabréfi nú í sumarbyrjun.

Með jólapóstinum fengu félagsmenn síðan fyrsta tölublað fyrsta árgangs af hinu nýja *Tímariti um raunvísindi og stærðfræði*. Ritstjórar þess eru Sigmundur

Guðbjarnason, Ragnar Sigurðsson, Ari Ólafsson og Gunnlaugur Björnsson og í ritnefnd fyrir stærðfræði eru Ragnar, Jón I. Magnússon, Sven P. Sigurðsson og Hersir Sigurgeirsson. Í febrúar fengu menn síðan annað tölublað, með ráðstefnugreinum frá ráðstefnu okkar í Reykholti 2001. Er ástæða til að lýsa yfir ánægju með hvernig til hefur tekist og þakkar stjórnin öllum sem koma að útgáfunni fyrir vel unnin störf.

Áskrift að þessu tímariti mun framvegis fylgja aðild að Stærðfræðafélaginu, og eins og fyrr segir mun þurfa að hækka félagsgjöld til að mæta útgáfukostnaði.

## Norrænt þing í Reykjavík 2005

Undirbúningur fyrir 24. norræna / 1. fransk-norræna stærðfræðingaþingið er í fullum gangi, en þingið verður haldið í Reykjavík 6.–9. janúar 2005. Hermann Þórisson er formaður vísindanefndar og með honum Jón Kr. Arason, Gerd Grubb, Danmörku, Christer Kiselman, Svíþjóð, Pekka Koskela, Finnlandi, Ragni Piene, Noregi og frá frökkum þau Michel Waldschmidt (formaður Franska stærðfræðifélagsins), Mireille Martin-Deschamps (fyrrverandi formaður) og Jean-Francois LeGall. Sigurður Helgason flytur opunarfyrirlestur og sennilega mun Mikhaíl Gromov (alhliða stærðfræðingur) enda. Um helmingur þingsins verður helgaður þremur efnum: algebrulegri rúmfræði, rúmfræðilegri analýsu og líkindafræði. Ragnar Sigurðsson stýrir framkvæmdanefnd og með honum eru Eggert Briem, Gísli Másson, Jón I. Magnússon, Robert Magnus, Rögnvaldur Möller og tveir Frakkar, Daniel Barlet og Alain Yger. Væntanlega verður byrjað í Bláa lóninu á miðvikudag en síðan er þéttskipuð dagskrá út sunnudaginn. Ljóst er að þetta verður mjög fjölbreytt þing og mun meira alvörustærðfræðiþing en ef Frakkar hefðu ekki verið með. Hafa allir í vísindanefndinni „unnið mikið og gott starf og þurft að leggja sitt af mörkum“ svo vitnað sé í formann hennar. Veffang þingsins er raunvis.hi.is/24NordicCongress.

## 24. norræna stærðfræðingaþingið

*Rögnvaldur G. Möller*

24. norræna stærðfræðingaþingið verður haldið í Reykjavík dagana 6.–9. janúar 2005. Þingið er haldið á fjögurra ára fresti og skiptast Norðurlandþjóðirnar á um að vera gestgjafar. Síðast var þingið haldið hér 1984. Með réttu ætti að halda þingið í ár en í sumar verður 4. evrópska stærðfræðiþingið haldið í Stokkhólmi og 10. alþjóðaþingið um stærðfræðimenntun fer fram í Kaupmannahöfn, og þótti mönnum nóg af stórum alþjóðlegum stærðfræðiþingum í



ár á Norðurlöndunum. Einnig fannst mönnum freistandi að halda þingið utan aðalferðamannatímans. Þingið verður haldið í samvinnu við Franska stærðfræðafélagið. Fyrir nokkrum árum var sýnt að ef ekkert væri að gert hlytu þessi norrænu þing að lognast út af – fáir sóttu þau og líttill áhugi. Danir brugðu á það ráð fyrir fjórum árum að halda þingið í samvinnu við Bandaríska stærðfræðafélagið, og nú var leitað eftir samvinnu við Frakka.

Þingið í janúar er skipulagt í kringum þrjú megin þemu: algebrulega rúmfræði, rúmfræðilega stærðfræðigreiningu og líkindafræði. Þessi svið voru valin af því þau eru mikið stunduð bæði í Frakklandi og á Norðurlöndunum. Hugmyndin er að laða að stærðfræðinga sem hafa áhuga á þessum sviðum og fá þannig „kjölfestuhóp“ þátttakenda.

Opnunarfyrirlesturinn heldur Sigurður Helgason, en auk hans hefur tíu öðrum stærðfræðingum verið boðið að halda fyrirlestra. Boðsfyrirlestrarnir verða á morgnana. Sex boðsfyrirlestranna fjalla um efni tengd aðalþemunum þrem. Um eftirmiðdaga verða styttri fyrirlestrar sem raðað verður eftir umfjöllunarfni. Á hverjum eftirmiðdegi verður boðið upp á fjórar „setur“ sem munu fara fram samtímis. Í hverri setur hefur skipuleggjandi fengið til liðs við 2–3 stærðfræðinga sem munu halda erindi auk þess sem aðrir geta haft samband við skipuleggjandi og fengið að kynna sitt efni. Af þessum 20 eftirmiðdagssetum eru 12 helgaðar aðalþemunum þrem en því til viðbótar verður fjallað um diffurjöfnur, fléttufræði, rúmfræðilega grannfræði, grúpufræði, svipfræði í algebru og grannfræði, Lie grúpur og Þýða greiningu, stærðfræðilega eðlisfræði og ólínulegar hlutafleiðujöfnur. Í tengslum við þingið munu tvinnfallagreiningarmenn og líkindafræðingar verða með sína eigin samkomur dagana fyrir ráðstefnuna. Stefnt er að því að þingið fari fram í Óskju, nátturufræða húsi Háskóla Íslands.

Leitað hefur verið til ýmissa aðila um stuðning. Menntamálaráðuneytið, Háskóli Íslands, Íslandsbanki, Íslensk erðagreining og KB banki hafa meðal annarra veitt styrki.

Með fréttabréfinu fylgir eintak af kynningarveggspjaldi þingsins. Upplýsingar um þingið má finna á [www.raunvis.hi.is/24NordicCongress](http://www.raunvis.hi.is/24NordicCongress).

## Starfið hjá Fletti

*Birna Hugrún Bjarnadóttir*

### Dagur stærðfræðinnar og ritið Tími og rúm

Dagur stærðfræðinnar, 27. september, var haldinn í fjórða sinn í íslenskum skólum nú í ár. Ákveðið var að þema ársins yrði tími og rúm og gaf Flötur út

hugmyndahefti í tilefni dagsins. Við gerð ritsins studdist rithópurinn við meist-araprófsverkefni Meyvants Þórólfssonar sem heitir Tími og rúm og er handbók fyrir starfandi og verðandi grunnskólakennara um smíði þekkingar í ljósi félags-legrar hugsmíðakenningar Ákveðnar upplýsingar tengdar ritinu, svo sem svör við verkefnum og þrautum eru á heimasíðu Flatar og er það í fyrsta sinn sem rit samtakanna og heimasíðan eru tengd saman á þennan hátt. Ritið er selt á heimasíðu Flatar.

### **Námstefna Flatar 3. og 4. október 2003**

Önnur námstefna Flatar var haldin að Reykholti í Borgarfirði dagana 3. og 4. október s.l. Þátttakendur voru rúmlega 80 víðsvegar að af landinu og þegar mest var voru rúmlega 100 manns á námstefnunni þegar fyrirlesarar og umsjón-armenn eru taldir með. Við fengum Ian Harris frá Bretlandi til að vera með verkstæði á námstefnunni auk þess sem Anna Kristjánsdóttir kom frá Noregi til að vera með okkur. Eitt námskeið var tileinkað framhaldsskólakennurum og hét það Námskrá og námsefni í framhaldsskóla. Áherslan á námskeiðunum fyrir grunnskólakennara var á námsmat og verkstæðisvinnu. Auk námskeiðanna var boðið upp á fyrirlestur, kynningu á stærðfræðigögnum og pallborðsumræður. Námstefnan tókst í alla staði vel.

### **Íslensk samstarfsnefnd um ICME 10**

Flötur á fulltrúa í íslenskri samstarfsnefnd um ICME 10 sem er alheimsþing um stærðfræði og stærðfræðimenntun sem verður haldið í Kaupmannahöfn 4.–11. júlí næsta sumar. Auk Flatar á Félag raungreinakennara, Íslenska stærðfræðafélagið og KHÍ fulltrúa í nefndinni. Hlutverk nefndarinnar er að kynna ICME 10 fyrir kennurum á Íslandi og hvetja þá til að sækja þingið og greiða götu þeirra eins og hægt er.

### **Dagur stærðfræðinnar**

Flötur stefnir á að gefa út rit vegna Dags stærðfræðinnar 2004 og eiga samtökin í samningaviðræðum við aðila um að taka að sér að safna efni í ritið.

### **Námstefna Flatar 2004**

Þriðja námstefna samtakanna verður haldin næsta haust. Dagsetning hennar verður ákveðin á næsta aðalfundi þegar búið er að kanna dagsetningar samræmdra prófa og annarra fastra liða í íslensku skólastarfi.

### **Flatarmál**

Ekki lánaðist að gefa út Flatarmál (málgagn Flatar) á síðasta ári og en nýtt tölublað kom út nú á vordögum. Einhverjar greinar sem hafa borist eru á heimasíðu samtakanna <http://ismennt.flotur.is>.

# Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2003–2004

*Fjóla Rún Björnsdóttir*

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2003–2004 er nú að baki. Fyrri hluti hennar var haldinn 14. október 2003 og tóku nemendur úr sextán framhaldsskólum þátt, 262 af neðra stigi og 204 af efra stigi. Efstur á efra stigi varð Höskuldur Pétur Halldórsson, en á neðra stigi varð efstur Örn Stefánsson. Í nóvember 2003 fór íslenskt lið til Eyrstrasaltskeppni í stærðfræði í Riga, Lettlandi. Liðið skipuðu Ásgeir Alexandersson, Hringur Grétarsson, Höskuldur Pétur Halldórsson, Líney Halla Kristinsdóttir og Örn Stefánsson. Liðið lenti í neðsta sæti keppinnar, einu stigi frá Þjóðverjum. Fararstjórar voru Einar Arnalds Jónasson og Guðbjörn Freyr Jónsson. Úrslit í stærðfræðikeppninni 2003–2004 fóru fram 13. mars með þátttöku 29 nemenda. Höskuldur Pétur Halldórsson fór með sigur annað árið í röð. Í ár fara Íslendingar með framkvæmd Norrænu stærðfræðikeppinnar. Var af því tilefni óvenju mörgum nemendum boðið til þátttöku í henni, eða öllum þeim nemendum sem hlutu yfir tuttugu stig af sextíu í úrslitum stærðfræðikeppni framhaldsskólanema. Úrslit voru annars þessi:

1. Höskuldur Pétur Halldórsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
2. Örn Arnaldsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
3. Örn Stefánsson, Menntaskólanum við Hamrahlíð,
4. Hringur Grétarsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
5. Líney Halla Kristinsdóttir, Menntaskólanum við Hamrahlíð,
6. Ólafur Torfi Yngvason, Menntaskólanum í Reykjavík,
7. Davíð Halldór Kristjánsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
8. Sigþór Bessi Bjarnason, Menntaskólanum í Reykjavík,
9. Daði Rúnar Skúlason, Menntaskólanum í Reykjavík,
- 10.–11. Finn Ulf Dellsén, Menntaskólanum á Akureyri,
- 10.–11. Salvör Egilsdóttir, Menntaskólanum í Reykjavík,
12. Hörður Kristinn Heiðarsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
- 13.–14. Benjamín Ragnar Sveinbjörnsson, Menntaskólanum við Hamrahlíð,
- 13.–14. Jón Emil Guðmundsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
15. Inga Steinunn Helgadóttir, Menntaskólanum á Akureyri,
16. Pétur Ólafur Aðalgeirsson, Menntaskólanum við Sund,
17. Össur Ingi Emilsson, Menntaskólanum í Reykjavík,
18. Fannar Traustason, Iðnskólanum í Reykjavík.

## Bókafréttir

Rögnvaldur G. Möller

### Fyrirlestrar um líkindafræði og Fyrirlestrar um tölfræði eftir Ottó J. Björnsson

Frá því að kennsla til BS-prófs í stærðfræði hófst við upphaf áttunda áratugar síðustu aldar hefur Ottó J. Björnsson, prófessor, kennt við stærðfræðiskor. Flestir sem hafa útskrifast hafa tekið námskeið í líkindafræði eða tölfræði hjá honum. Ottó lætur af störfum við Háskóla Íslands fyrir aldurs sakir nú í haust. Þrátt fyrir að Ottó láti nú af störfum geta þeir sem vilja fræðast um líkindafræði og tölfræði enn notið leiðsagnar hans því hann hefur gefið út tvær bækur byggðar á fyrirlestrum sínum í námskeiðunum *Líkindafræði I* og *Tölfræði I*.

Fyrri bókin, **Fyrirlestrar um líkindafræði**, kom út haustið 1997. Bókin sem er 171 blaðsíða skiptist í tvo hluta, fyrri hlutinn er „skemmri skír“ í grunnatriðum líkinda- og tölfræði en í seinni hlutanum er fjallað um dreifingarföll. Í formál segir höfundur „Margra ára reynsla af kennslu, rannsóknum og ekki sízt samstarfi við vísindamenn á öðrum sviðum hafa sannfært höfundinn, að heppilegast sé að leggja megináherzlu á fræðilega undirstöðu.“

Seinni bókin **Fyrirlestrar um tölfræði** kom út sumarið 2003. Bókin er 151 blaðsíða. Í formála segir höfundur „Í þrengsta skilningi er tölfræðin ályktunarfræði. Tvö meginsvið hennar eru matsfræðin og prófunarfræðin, sem eru hér viðfangsefni.“ Í bókinni er byggt á bók höfundar um líkindafræði sem er fjallað um hér að ofan.

Bækur Ottós eru fánlegar í Bóksölu stúdenta en einnig er hægt að panta þær beint frá Háskólaútgáfunni.

### Complex Convexity and Analytic Functionals

eftir Mats Anderson, Mikael Passare og Ragnar Sigurðsson

Í apríl kom út hjá Birkäuser forlaginu bókin **Complex Convexity and Analytic Functionals**. Höfundar eru þeir Mats Anderson, prófessor við Chalmers tækniháskólann í Gautaborg, Mikael Passare, prófessor við Stokkhólmsháskóla og Ragnar Sigurðsson, fræðimaður við Raunvísindastofnun háskólans. Bókin kemur út í ritröðinni *Progress in Mathematics*. Þegar fjallað er um hlutmengi í  $\mathbf{C}^n$  má skoða fjölda skilyrða sem svipar til skilgreiningarinnar á kúptum mengjum í  $\mathbf{R}^n$ . Í bókinni er fjallað um þessi skilyrði og þau tengd hugtökum í fallgreiningu og rannsóknum á hlutfleidujöfnum.

Bókin er 160 blaðsíður að lengd. Hægt er að panta bókina hjá Amazon eða beint frá forlaginu á [www.birkhauser.ch](http://www.birkhauser.ch).

## Áhugaverðar vefsíður

Rögnvaldur G. Möller

Fyrri vefsetrið sem kynnt verður er [www.hvar.is](http://www.hvar.is). Við Íslendingar búum svo vel að samið hefur verið um aðgang allra landsmanna að fjölmörgum stórum og vönduðum gagnabönkum. Meðal annars hefur verið samið við nokkra stærstu og umsvifa mestu útgefendur vísindatímarita um aðgang að vefútgáfum tímaritanna. Hentug leið til að nálgast tímaritin er að fara á vefsíðuna [www.hvar.is](http://www.hvar.is) þar sem hægt er að fá upp lista yfir tímaritin. Í hópi þessarar útgefenda eru Academic Press, Birkhäuser, Elsevier, Kluwer og Springer sem bjóða samtals upp á yfir 200 tímarit um stærðfræði eða stærðfræðitengt efni. Flest þessi tímarita birta eingöngu rannsóknagreinar ætlaðar sérfræðingum á þröngu sviði, en inn á milli eru tímarit sem birta efni ætlað breiðari hóp. Meðal tímarita sem má nefna sérstaklega er *American Mathematical Monthly*, *Elemente der Mathematik* (þýskt tímarit með sambærilegu efni og er í *Monthly* og *Normat*), *College Mathematics Journal* og *Mathematics Magazine*. Þeir sem hafa áhuga á stærðfræðimenntun geta líka fundið fjölmörg tímarit, t.d. *Journal of Mathematical Behaviour*, *Journal of Science Education and Technology* og *Educational Studies in Mathematics*. Þeir sem hafa áhuga á sögu eða heimspeki stærðfræðinnar geta til dæmis gluggað í *Historia Mathematica*, *Archive for History of Exact Sciences* og *Studies In History and Philosophy of Science Part A*.

Seinni vefsíðan er af allt öðrum toga. Veffangið er [www.cut-the-knot.org](http://www.cut-the-knot.org). Á vefsetrinu er boðið upp á stutta pistla um allskyns stærðfræðileg efni. Í rúmfræði má finna 265 pistla um allskyns niðurstöður, meðal annars er þar Setning Ceva ásamt þrem sönnum og Setning Pýþagorasar ásamt 43 sönnum. Bákurinn um talnafræði og algebru inniheldur 165 pistla, meðal efnis er kínverska leifasetningin og Farey raðir. Miðað er við að efnið sé aðgengilegt góðum menntaskólanemum án þess að nauðsyn sé á kunnáttu í stærðfræðigreiningu, aftur á móti reynir meira á rúmfræðikunnáttu og almenna færni í algebru og reikningi.

## Abelsverðlaunin í stærðfræði 2004

Rögnvaldur G. Möller

Í tilefni 200 ára afmælis Nielsar Henriks Abels lagði norska ríkið 200 milljónir norskra króna í sérstakan minningarsjóð. Úr sjóðnum á að veita árlega verðlaun

fyrir stærðfræðirannsóknir og hefur norska vísindaakademían umsjón með verðlaununum. Verðlaunaupphæðin er 6 milljónir norskra króna. Verðlaunin voru veitt í fyrsta skipti í fyrra og hlaut þá franski stærðfræðingurinn Jean-Pierre Serre verðlaunin.

Tilkynnt hefur verið að Michael F. Atiyah og Isadore M. Singer hljóti verðlaunin árið 2004. Í tilkynningu frá Norsku vísindaakademíunni segir að þeir fái verðlaunin „fyrir að uppgötva og sanna vísissetninguna sem tengi saman grannfræði, rúmfræði og stærðfræðigreiningu, og mikilvægt hlutverk sitt í að byggja nýjar brýr milli stærðfræði og eðlisfræði.“ Vísissetningin gefur tengingu á milli fjölda lausna diffurjöfnuhneppis og grannfræðilegra eiginleika. Setninguna má skoða sem útvíkkun á Riemann-Roch formúlunni í algebrulegri rúmfræði. Stærðfræðilegar aðferðir sem byggja á vísissetningunni hafa verið mikið notaðar í eðlisfræði, meðal annars strengjafræði. En „brýrnar“ milli stærðfræði og eðlisfræði sem þeir félagar, Atiyah og Singer, byggðu hafa ekki eingöngu nýst til að flytja hugmyndir frá stærðfræði yfir í eðlisfræði. Hugmyndir og uppgötvanir eðlisfræðinga hafa einnig leitt til nýrra niðurstaðna í stærðfræði og má þá minnast á verk Simon K. Donaldsons (lærisveins Atiyah) sem hann fékk Fields-verðlaun fyrir 1986.

Michael F. Atiyah, sem er 75 ára gamall, starfar nú við Edinborgarháskóla, en var áður prófessor við háskólana í Princeton, Oxford og Cambridge. Atiyah hefur áður verið heiðraður á margvíslegan hátt, meðal annars hlaut hann Fields verðlaunin árið 1966 og var aðlaður af Breatadrottningu árið 1983. Í skemmtilegu viðtali sem birtist í breska dagblaðinu *The Guardian* í tilefni verðlaunanna segir hann meðal annars: „Mest af vinnu minni er hrein hugsun... Ég sest að starfi að morgni og skrifa ekki stafkrók allan daginn. Ég hugsa bara.“ Atiyah segir einnig að á yngri árum hefði hann slík verðlaun komið sér mjög vel, en nú viti hann hreint ekki hvað hann eigi að gera við peningana.

Hinn verðlaunahafinn, Isadore M. Singer er prófessor við MIT. Singer er ári eldri en Atiyah. Singer hefur einnig verið heiðraður á ýmsan hátt fyrir starf sitt, meðal annars hlaut hann æðstu viðurkenningu Bandaríkjanna fyrir vísindastörf, National Medal of Science, árið 1983. Í viðtali sagði hann „Eitt af því sem við lærðum af vísissetningunni er að stærðfræði er ein heild.“

## Þrautahorn

*Rögnvaldur G. Möller*

Í þetta sinn sér ritstjórinn um þrautahornið þar sem Robert Magnus er erlendis. Verk ritstjóra reyndist létt því lesendur blaðsins höfðu leyst allar þrautirnar úr síðasta blaði með glæsibrag og í ofanálag sent inn tillögur að nýjum

þrautum. Til að gera þó eitthvað hefur ritstjóri bætt inn frekari skýringum á nokkrum stöðum.

Hér á eftir fylgja þrautirnar sem birtust í síðasta fréttabréfi (maí 2003) ásamt lausnum.

**Þraut 10.** Tveir hringir og ein lína eru gefin í evklíðskri sléttu. Hringirnir skerast ekki. Með reglustiku og hringfara skal finna punkt á línunni þannig að snertlarnir frá punktinum að hringjunum tveimur séu jafnir.

**Lausn.** (Byggir á lausnum frá Eiríki Jónssyni og Helga Jónssyni) Látum  $P$  vera punkt utan við gefinn hring. Drögum línu frá punktinum sem sker hringinn í tveimur punktum  $A$  og  $B$ . Mið punktsins  $P$  í hringnum er talan  $|PA| \cdot |PB|$ . Það er einföld æfing að sýna að útkoman veltur ekki á því hvernig línan er dregin. Sér í lagi gildir að ef punktarnir  $A$  og  $B$  falla saman (þ.e.a.s. línan  $PA$  er snertill við hringinn) þá er mið punktsins við hringinn jafnt  $|PA|^2$ .

Nú má umorða þrautina þannig að finna skuli punkt á hinn gefnu línu sem hafi sama mið í hringjunum tveimur. Köllum hringina  $\mathcal{H}_1$  og  $\mathcal{H}_2$ , og miðjur þeirra  $O_1$  og  $O_2$ . Þekkt er að leg þeirra punkta sem hafa sama mið í  $\mathcal{H}_1$  og  $\mathcal{H}_2$  er lína sem er hornrétt á línuna í gegnum  $O_1$  og  $O_2$ .

Drögum nú hring  $\mathcal{H}_3$  sem sker báða hringina  $\mathcal{H}_1$  og  $\mathcal{H}_2$ . Táknum skurðpunkta  $\mathcal{H}_3$  við  $\mathcal{H}_1$  með  $A_1$  og  $B_1$  og skurðpunkta  $\mathcal{H}_3$  við  $\mathcal{H}_2$  með  $A_2$  og  $B_2$ . Drögum nú línu  $l_1$  í gegnum  $A_1$  og  $B_1$  og línu  $l_2$  í gegnum  $A_2$  og  $B_2$ . Látum  $Q$  tákna skurðpunkt  $l_1$  og  $l_2$ . Mið  $Q$  í  $\mathcal{H}_1$  er  $|QA_1| \cdot |QB_1|$  og mið  $Q$  í  $\mathcal{H}_2$  er  $|QA_2| \cdot |QB_2|$ . En bæði  $|QA_1| \cdot |QB_1|$  og  $|QA_2| \cdot |QB_2|$  gefa okkur mið  $Q$  í  $\mathcal{H}_3$ . Af þessu sést að  $Q$  hefur sama mið í  $\mathcal{H}_1$  og  $\mathcal{H}_2$ .

Leg þeirra punkta sem hafa sama mið í hringunum tveimur finnst með því að draga línu hornrétt á  $O_1O_2$  í gegnum  $Q$ . Punkturinn sem við leitum að er skurðpunktur þessarar línu við gefnu línuna.

**Þraut 11.** Látum  $r$  vera jákvæða rauntölu. Setjum  $u_n = r^n + r^{-n}$  fyrir  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Gerum ráð fyrir að til sé  $n$  þannig að  $u_n$  og  $u_{n+1}$  séu bæði heilar tölur. Sýnið að  $u_n$  sé heil tala fyrir öll  $n$ .

**Lausn.** (Byggt á lausn frá Jóni Hafsteini Jónssyni)

1. Runan helst óbreytt, þegar talan  $\frac{1}{r}$  er sett í stað  $r$ . Framvegis getum við því gert ráð fyrir að  $r > 1$  (tilfallið  $r = 1$  þarf ekki að takast með).

2. Bersýnilega er  $u_0 = 2$ , hver sem talan  $r$  er.

3. Þar sem  $r > 1$  tekur runan,  $u_n$ , ekki sama gildið tvisvar. Þetta sést af því að  $r^n$  vex með  $n$ , og fallið,  $x + \frac{1}{x}$ , er vaxandi á bilinu  $[1, \infty[$ .

4. Eftirfarandi almenn regla gefur þær (númeruðu) staðhæfingar sem henni fylgja:

$$(r^x + r^{-x})(r^y + r^{-y}) = r^{x+y} + r^{-x-y} + r^{x-y} + r^{-(x-y)}.$$

(0) ef  $0 \leq k \leq n$  þá er  $u_n \cdot u_k = u_{n-k} + u_{n+k}$ ;

(1)  $u_n \cdot u_1 = u_{n-1} + u_{n+1}$  (sértilfallið  $k = 1$  af (0));

(2) ef  $u_1, u_{n-1}$  og  $u_n$  allt heilar tölur þá er  $u_{n+1}$  líka heil tala;

(3) ef  $u_1, u_n$  og  $u_{n+1}$  allt heilar tölur þá er  $u_{n-1}$  líka heil tala.

Við fáum svo af (2) og (3) hér að ofan að komi tvær heilar tölur fyrir hlið við hlið, þá nægi, að  $u_1$  sé heil tala til að þrepun virki bæði niður- og uppeftir rununni,  $u_n$ .

En hvernig má álykta að ef  $u_n$  og  $u_{n+1}$  eru heilar tölur þá sé  $u_j$  heil tala fyrir öll  $j$ ?

5. Gerum ráð fyrir að  $u_n$  og  $u_{n+1}$  séu heilar tölur. Setjum  $u_n = m$  og  $u_{n+1} = p$ . Tökum eftir að  $m < p$ . Af þessu fæst að

$$r^n = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2}, \quad r^{n+1} = \frac{p + \sqrt{p^2 - 4}}{2} \quad \text{og} \quad r = \frac{p + \sqrt{p^2 - 4}}{m + \sqrt{m^2 - 4}}.$$

Þar með er

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{p + \sqrt{p^2 - 4}}{m + \sqrt{m^2 - 4}} + \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{p + \sqrt{p^2 - 4}} \\ &= \frac{(p + \sqrt{p^2 - 4})(m - \sqrt{m^2 - 4})}{(m + \sqrt{m^2 - 4})(m - \sqrt{m^2 - 4})} + \frac{(m + \sqrt{m^2 - 4})(p - \sqrt{p^2 - 4})}{(p + \sqrt{p^2 - 4})(p - \sqrt{p^2 - 4})} \\ &= \frac{1}{2}(pm - \sqrt{(p^2 - 4)(m^2 - 4)}). \end{aligned}$$

Athugum nú einnig að

$$u_n = \left( \frac{p + \sqrt{p^2 - 4}}{m + \sqrt{m^2 - 4}} \right)^n + \left( \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{p + \sqrt{p^2 - 4}} \right)^n.$$

Þegar reiknað er upp úr þessu á sama hátt og hér að ofan fæst að rita má

$$u_n = A + B\sqrt{(p^2 - 4)(m^2 - 4)},$$



þar sem  $A$  og  $B$  eru ræðar tölur. Vitað er að  $u_n$  er heil tala svo við getum ályktað að  $\sqrt{(p^2 - 4)(m^2 - 4)}$  sé ræð tala. Ferningsrót af heilli tölu er annað hvort heil tala eða óræð tala og því er  $\sqrt{(p^2 - 4)(m^2 - 4)}$  heiltala. Einnig er ljóst að tölurnar  $pm$  og  $\sqrt{(p^2 - 4)(m^2 - 4)}$  eru annað hvort báðar sléttar tölur eða báðar oddatölur. Því fæst að  $u_1$  er heiltala. Samkvæmt rakningunni í 4 gildir nú að allar tölurnar í rununni eru heilar tölur.

**Þraut 12.** Punktur  $P$  er valinn í hringlaga skífu  $D$ . Gegnum  $P$  eru dregnir fjórir strengir við jaðarhringinn, þannig að hornið milli hvers strengs og þess næsta sé  $45^\circ$ . Með þessum hætti skiptist  $D$  í 8 hluta og við tölusetjum þá með tölunum 1 upp í 8 í snúningsröðinni um  $P$ . Sýnið að samanlagt flatarmál hluta 1, 3, 5 og 7 sé jafnt samanlögðu flatarmáli hluta 2, 4, 6 og 8.

**Lausn.** (Lausn frá Helga Jónssyni) Hringurinn  $\mathcal{H}$  er einingarhringur með miðju í  $O$ . Stillum upp pólhnitakerfi sem hefur pólinn í  $P$  og ásinn frá  $P$  til  $O$ . Látum  $k$  tákna lengd striksins frá  $O$  til  $P$ . Svo  $0 < k < 1$ . Pólhnitin eru táknuð með  $(r, v)$ , hornið  $\alpha$  breytist með  $v$  eins og sýnt er á myndinni, en  $v_0$  er ákveðið fast horn. Fyrir öll  $v$ , þannig að  $0 \leq v \leq 2\pi$ , og tilsvarendi  $\alpha$  gildir

$$r \cos v = k + \cos \alpha \quad \text{og} \quad r \sin v = \sin \alpha,$$

svo að

$$(r \cos v - k)^2 + r^2 \sin^2 v = 1 \quad \text{eða} \quad r^2 - 2kr \cos v + k^2 - 1 = 0.$$

Þar af leiðir

$$r = k \cos v + \sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}, \quad 0 \leq v \leq 2\pi,$$

sem er jafna hringsins  $\mathcal{H}$  í pólhnitakerfinu. Samanlagt flatarmál svæðanna 1, 3, 5, 7 er:

$$\begin{aligned} & A_1 + A_3 + A_5 + A_7 \\ &= \frac{1}{2} \int_{v_0}^{v_0 + \pi/4} r^2 dv + \frac{1}{2} \int_{v_0 + \pi/2}^{v_0 + 3\pi/4} r^2 dv + \frac{1}{2} \int_{v_0 + \pi}^{v_0 + 5\pi/4} r^2 dv + \frac{1}{2} \int_{v_0 + 3\pi/2}^{v_0 + 7\pi/4} r^2 dv. \end{aligned}$$

En  $r^2 = 1 + k^2 \cos(2v) + 2k \cos v \sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}$ , svo að

$$A_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} (k^2 (\cos(2v_0) - \sin(2v_0))) + \int_{v_0}^{v_0 + \pi/4} 2k \cos v \sqrt{1 - k^2 \sin^2 v} dv.$$

Við samanburð sést að tveir seinni liðirnir í þessari jöfnu fást aftur við útreikning á  $A_3, A_5$  og  $A_7$ , einu sinni með sama formerki, en tvisvar með gagnstæðu formerki, svo að allt gengur út nema fremsti liðurinn:

$$A_1 + A_3 + A_5 + A_7 = 4 \cdot \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} = \text{helmingur skífunnar.}$$

Hliðstæð niðurstaða fæst ef dregnir eru  $8, 16, \dots, 2^n, \dots$  strengir í gegnum  $P$  með jöfnu hornabili.

### Nýr þrautaskammtur.

**Þraut 13.** (Frá Kára Ragnarssyni) Rétthyrningi er skipt niður í minni rétt-hyrninga, sem hver um sig hefur þann eiginleika að önnur (a.m.k.) hliðarlengd hans er heiltala. Sýnið að það sama gildir um upphaflega rétthyrninginn.

**Þraut 14.** (Frá Jóni Hafsteini Jónssyni) Látum  $p$  og  $q$  tákna heilar tölur, báðar stærri en 1. Fyrir rauntölu  $x$  þá tákna  $\lfloor x \rfloor$  stærstu heiltölu minni en eða jafna  $x$ . Sannið að

$$\sum_{j=1}^{q-1} \lfloor j \cdot \frac{p}{q} \rfloor = \sum_{j=1}^{p-1} \lfloor j \cdot \frac{q}{p} \rfloor.$$

**Þraut 15.** (Frá Eiríki Jónssyni) Liðirnir í þessu dæmi fjalla báðir um teikningar með hringfara og reglustiku.

(a) Teiknið hring gegnum tvo gefna punkta sem snertir gefinn hring.

(b) Teiknið hring sem snertir gefna línu í gefnum punkti og snertir einnig gefinn hring.

**Þraut 16.** (Frá Helga Jónssyni) Í innritanlegum ferhyrningi  $ABCD$  skerast hornalínurnar í punkti  $M$  og  $O$  er miðja umritaða hringsins. Látum  $l$  tákna línu í gegnum  $M$  sem er hornrétt á  $MO$ . Látum  $P$  og  $Q$  tákna skurðpunkta  $l$  við hliðarnar  $AD$  og  $BC$  (eða framlengingar þeirra) og látum  $R$  og  $S$  tákna skurðpunkta  $l$  við hliðarnar  $AB$  og  $CD$ . Sýnið að  $M$  er miðpunktur beggja strikana  $PQ$  og  $RS$ .